

EJERCICIOS

1. Sean $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $E_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

Calcular $M_1 = E_1 A_1$, $M_2 = E_2 E_1 A_1$, $M_3 = E_3 E_2 E_1 A_1$

2. ¿Qué operación elemental por filas produce multiplicar por la izquierda por cada una de las siguientes matrices elementales?

$$E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Efectuar las siguientes operaciones elementales a la matriz $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

multiplicando por la matriz elemental correspondiente:

- Intercambiar las filas 1 y 3 de la matriz A_2
 - Sustituir la fila 1 de A_2 por la fila 1 menos 2 veces la fila 3.
 - Sustituir la fila 2 de A_2 por la fila 2 multiplicada por -2 .
 - Sustituir la fila 3 de A_2 por la fila 3 más 5 veces la fila 2.
4. Estudiar si cada una de las siguientes matrices está en forma escalonada. Calcular su forma canónica por filas:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_6 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A_7 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_8 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_9 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 2 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Encontrar dos matrices elementales E_8 y E_9 que hagan que la igualdad $A_{10} = E_9 E_8 B_1$ sea

cierta, siendo $A_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

6. Repetir el ejercicio 5 con las matrices siguientes:

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Realizar, para cada una de las matrices del ejercicio 4, operaciones elementales por columnas hasta obtener una forma canónica por columnas de la matriz. Comparar el

número de columnas no nulas que se obtienen en este proceso, con el número de filas no nulas obtenidas en el ejercicio 4.

8. Considerando las matrices del ejercicio 1, calcular $N_1 = A_1 E_1$, $N_2 = A_1 E_1 E_2$, $N_3 = A_1 E_1 E_2 E_3$ ¿Qué operación elemental por columnas produce multiplicar por la derecha por cada una de las matrices elementales dadas en el ejercicio 2?